Oppgave 5 (4 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2-4}-\frac{x}{2x-4}$$

b) Løs om mulig likningen

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2-4}=\frac{x}{2x-4}$$

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2-4}-\frac{x}{2x-4}=$$

$$\frac{x^2+3x+2}{(x+2)(x-2)}-\frac{x}{2(x-2)}=$$

$$\frac{(x^2+3x+2)\cdot 2-x(x+2)}{2(x+2)(x-2)}$$

$$\frac{2x^2+6x+4-x^2-2x}{FN}=$$

$$\frac{x^2+4x+4}{FN}=$$

$$\frac{\quad}{FN} =$$

ABC

$$\frac{(x+2)(x+2)}{2(x+2)(x-2)} =$$

$$\frac{x+2}{2(x-2)}$$

b) Løs om mulig likningen

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2-4} = \frac{x}{2x-4}$$

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2-4} - \frac{x}{2x-4} = 0, \quad x \neq 2, \; x \neq -2$$

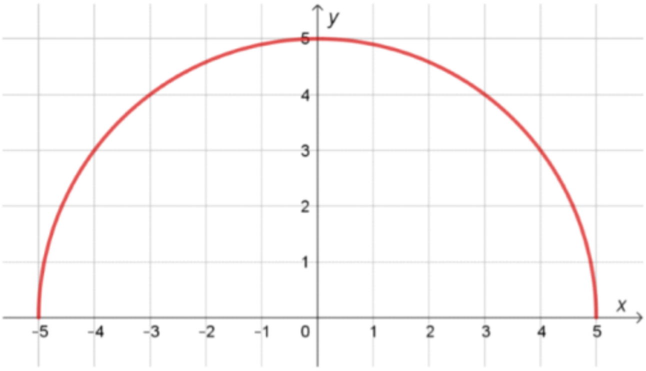
$$\frac{x+2}{2(x-2)} = 0$$

$$x+2=0$$

$$\underline{\underline{x=-2}}$$

Ingen gyldige løsninger, da vi ikke kan ha x=-2.

Figuren nedenfor viser en halvsirkel h.



a) Forklar at h er grafen til funksjonen $h(x) = \sqrt{25 - x^2}$.

b) Finn $h'(x)$.

$$f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$S(x_0, y_0)$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$y^2 = r^2 - x^2$$

$$y = \pm\sqrt{r^2 - x^2}$$

$$r = 5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h(x) = \sqrt{5^2 - x^2}}}$$

b)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$u = 5^2 - x^2, \quad u' = -2x$$

$$h(x) = \sqrt{u}$$

$$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u' = \frac{-2x}{2\sqrt{\;}}$$

$$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u' = \frac{\text{[illegible]}}{\cancel{2}\sqrt{5^2 - x^2}}$$

b) Finn $h'(x)$.

c) Vis at tangenten til h i punktet $P(3, 4)$ har likningen $y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$.

d) Finn skjæringspunktet mellom tangenten og x-aksen.

c)

$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

$$a = h'(x_0)$$

$$h'(3) = \frac{-3}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \frac{-3}{\sqrt{16}} = -\frac{3}{4}$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4} + 4$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$$

d)

$$-\frac{3}{4}x + \frac{25}{4} = 0 \quad | \cdot 4$$

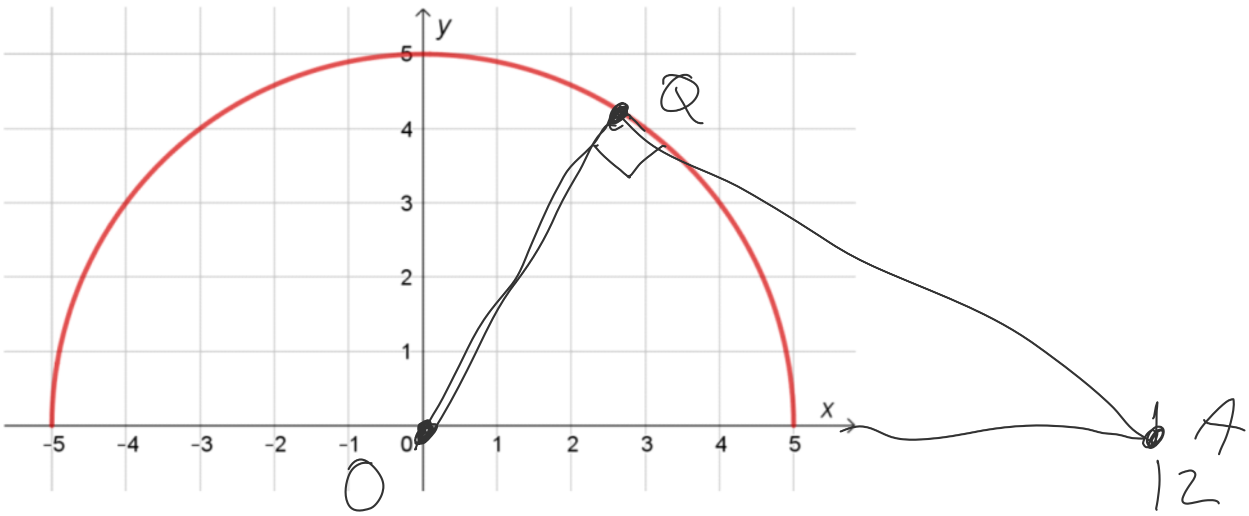
$$-3x + 25 = 0$$

$$-3x + 25 = 0$$

$$-3x = -25 \quad | : -3$$

$$x = \frac{25}{3}$$

e)



Oppgave 5 (6 poeng)

La K være grafen til vektorfunksjonen

$$\vec{r}(t) = [\ln t, t \cdot \ln t - t], \quad t > 0$$

a) Finn skjæringspunktene mellom K og koordinataksene.

b) Vis at punktet $P(2, e^2)$ ligger på K.

c) Finn $\vec{r}\,'(t)$.

d) Finn en parameterframstilling for tangenten til K i punktet P.

c) $\vec{r}\,'(t) = [\frac{1}{t}, \ln t], t > 0$

$f(x) = x \cdot \ln x - x$

$u = x \quad , u' = 1$

$v = \ln x \quad , v' = \frac{1}{x}$

$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1$

$= \ln x + 1 - 1 = \ln x$

d) $P(2, e^2) \quad , t = e^2$ fordi $\ln e^2 = 2$

$\vec{r}\,'(t) = [\frac{1}{t}, \ln t]$

$\vec{r}\,'(e^2) = [\frac{1}{e^2}, \ln e^2]$

$= [e^{-2}, 2]$

$l: \begin{cases} x = x_0 + a t \\ y = y_0 + b \cdot t \end{cases} \quad , P(x_0, y_0) \quad \vec{r} = [a, b]$

$n: \begin{cases} x = 2 + e^{-2} \cdot t \end{cases}$

$$\ell : \begin{cases} x = 2 + e^{-t} \\ y = e^{2} + 2t \end{cases}$$

Oppgave 10 (6 poeng)

Om to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ vet vi at $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$ og $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120°$. Videre er

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} \text{ og } \vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

a) Finn $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

b) Finn $|\vec{u}|$ og $|\vec{v}|$.

c) Finn $\angle(\vec{u}, \vec{v})$.

d) La $\vec{w} = t \cdot \vec{a} - \vec{b}$.

Bestem tallet t slik at $\angle(\vec{u}, \vec{w}) = 60°$.

a) 32

b) $|\vec{u}| = \sqrt{31}$ og $|\vec{v}| = \sqrt{229}$

$\angle(\vec{u}, \vec{v})$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \angle\alpha$

$32 = \sqrt{31} \cdot \sqrt{229} \cdot \cos\alpha \quad | : \sqrt{31} \cdot \sqrt{229}$

$$\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{31} \cdot \sqrt{229}}$$

$\alpha = 67.68°$

$$\alpha = 67.68^\circ$$

d) La $\vec{w} = t \cdot \vec{a} - \vec{b}$.

Bestem tallet t slik at $\angle(\vec{u}, \vec{w}) = 60^\circ$.

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = |\vec{u}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos\alpha$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (t\vec{a} - \vec{b}) = t\vec{a}^2 - \vec{a}\vec{b} + t\vec{a}\vec{b} - \vec{b}^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -15$$

$$= t \cdot 6^2 - (-15) + t \cdot (-15) - 5^2$$

$$= 36t + 15 - 15t - 25$$

$$= 21t - 10$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{\vec{w}^2} = \sqrt{(t \cdot \vec{a} - \vec{b})^2}$$

$$= \sqrt{t^2\vec{a}^2 - 2t\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2}$$

$$= \sqrt{36t^2 - 2t \cdot (-15) + 25}$$

$$= \sqrt{36t^2 + 30t + 25}$$

$$21t-10=\sqrt{31}\cdot\sqrt{(36t^2+30t+25)}\cdot\cos 60^\circ$$

$$\vec{u}\cdot\vec{w} = |\vec{u}|\cdot|\vec{w}|\cdot\cos\alpha$$

$$t=\frac{25}{6}$$

21t-10=sqrt(31)*sqrt(36t^2+30t+25)*cos(60°)

Løs: $\left\{t=\frac{25}{6}\right\}$

7	x_1:=HøyreSide($6,1) → $x_1 := -2\cdot\frac{\sqrt{k}}{k}$
8	x_2:=HøyreSide($6,2) → $x_2 := 2\cdot\frac{\sqrt{k}}{k}$

$$x=\pm\frac{2}{\sqrt{k}}$$

$$\frac{2\cdot\sqrt{k}}{\sqrt{k}\cdot\sqrt{k}}=\frac{2\sqrt{k}}{k}$$