

Oppgave 5 (6 poeng)

H16

I et koordinatsystem har vi punktene $A(-3, -2)$, $B(3, 4)$ og $C(-4, 5)$.
En linje ℓ går gjennom punktet C og er parallell med AB .

a) Sett opp en parameterframstilling for ℓ .

Linjen ℓ skjærer x -aksen i punktet D .

b) Bestem koordinatene til D .

c) Bestem koordinatene til et punkt E på linjen ℓ slik at $\angle BAE = 90^\circ$.

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= [3 - (-3), 4 - (-2)] \\ &= [6, 6] \end{aligned}$$

$$\vec{r}_\ell = \frac{1}{6} \vec{AB} = [1, 1]$$

$$\ell: \begin{cases} x = x_0 + at = -4 + t \\ y = y_0 + bt = 5 + t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 5 + t &= 0 \\ t &= \underline{\underline{-5}} \end{aligned}$$

$$-4 + (-5) = -9$$

$$D(-9, 0)$$

$$\text{c)} \quad \angle BAE = 90^\circ$$

$$E(-4 + t, 5 + t)$$

$$\vec{AB} \perp \vec{AE} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AE} = 0$$

$$A(-3, -2)$$

$$\vec{AB} = [6, 6]$$

$$A(-3, -2)$$

$$\vec{AB} = [6, 6]$$

$$\vec{AE} = [-4 + t - (-3), 5 + t - (-2)] \\ = [-1 + t, 7 + t]$$

$$[6, 6] \cdot [-1 + t, 7 + t] = 0$$

$$6(-1 + t) + 6(7 + t) = 0 \quad | :6$$

$$-1 + t + 7 + t = 0$$

$$2t + 6 = 0$$

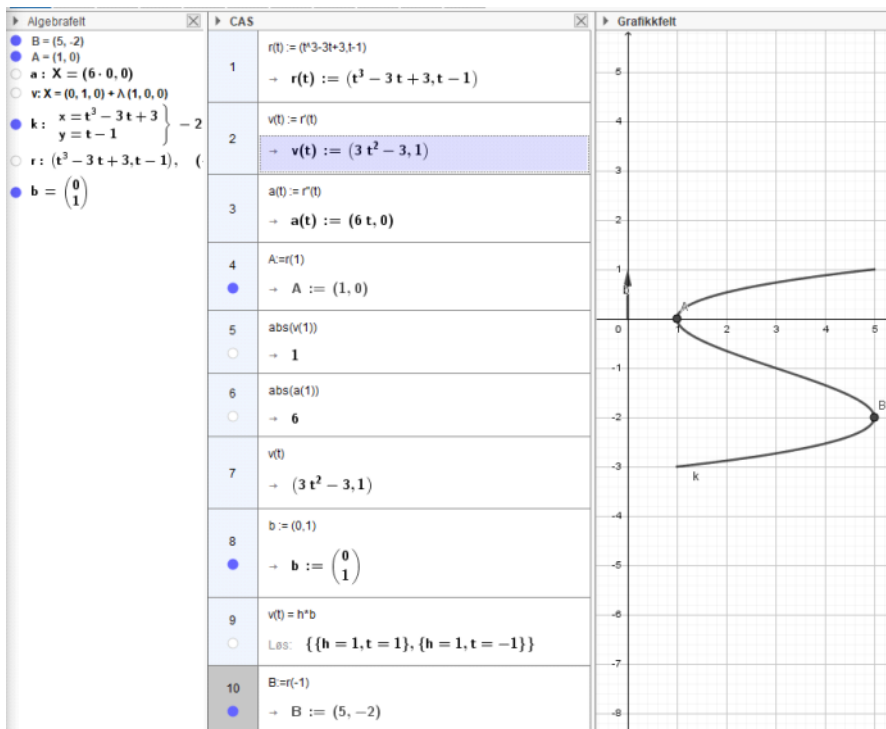
$$2t = -6 \quad | :2$$

$$t = -3$$

$$E(-4 + t, 5 + t)$$

$$E(-4 - 3, 5 + (-3))$$

$$E(-7, 2)$$



V 18

Oppgave 3 (5 poeng)

Punktene $A(-2, -1)$, $B(-1, -3)$, $C(3, -1)$ og $D(t, t^2 + 2)$ er gitt, der $t \in \mathbb{R}$.

a) Bestem \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{BC} .

b) Bruk vektorregning til å vise at $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$.

c) Bestem t slik at $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{AB}$.

$$a) \quad \begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= [-1 - (-2), -3 - (-1)] \\ &= [1, -2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BC} &= [3 - (-1), -1 - (-3)] \\ &= [4, 2] \end{aligned}$$

$$b) \quad \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\rightarrow 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 2 = 0$$

b)

1.1.1.1

$$\begin{aligned} [1, -2] \cdot [4, 2] &= 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 2 \\ &= 4 - 4 = \underline{\underline{0}} \end{aligned}$$

$$c) \vec{AB} = [1, -2]$$

$$\begin{aligned} \vec{CD} &= [\epsilon - 3, \epsilon^2 + 2 - (-1)] \\ &= [\epsilon - 3, \epsilon^2 + 3] \end{aligned}$$

$$\vec{CD} = k \cdot \vec{AB}$$

$$[\epsilon - 3, \epsilon^2 + 3] = [k, -2k]$$

$$I \quad \epsilon - 3 = k$$

$$II \quad \epsilon^2 + 3 = -2k$$

$$\epsilon^2 + 3 = -2(\epsilon - 3)$$

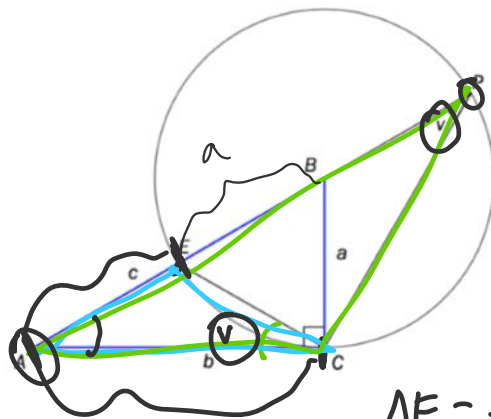
$$\epsilon^2 + 3 = -2\epsilon + 6$$

$$\epsilon^2 + 2\epsilon - 3 = 0$$

$$(\epsilon + 3)(\epsilon - 1) = 0$$

$$\epsilon = -3 \vee \epsilon = 1$$

H16 OPPG 7



$$\frac{AP}{AC} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow \frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}$$

- a) Vis at $\angle ACE = v$, og at $\triangle ACP \sim \triangle ACE$.
 b) Forklar at $AE = c - a$, og at $AP = c + a$.
 c) Bruk formlikheten i oppgave a) til å vise at

$$\frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}$$

- d) Bruk resultatet i oppgave c) til å vise at Pytagoras' setning gjelder.

$$\begin{aligned} AE &= AB - EB \\ &= c - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AP &= AE + EP \\ &= (c-a) + 2a \end{aligned}$$

$$= c - a + 2a = \underline{\underline{c+a}}$$

$$d) \frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a} \quad (\cdot b(c-a))$$

$$(c+a)(c-a) = b^2$$

$$c^2 - a^2 = b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

H16

Oppgave 2 (6 poeng)

Til sirkler c_1 og c_2 med sentrum i henholdsvis S_1 og S_2 er gitt ved

$$c_1: (x+5)^2 + y^2 = 80$$

$$c_2: x^2 - 10x + y^2 + 5 = 0$$

- a) Bestem sentrum og radius i sirklene c_1 og c_2 .

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$$

$$S(x_0, y_0)$$

$$r = r$$

.....)

$$r = r$$

$$C_1: S_1(-5, 0)$$

$$r^2 = 80$$

$$r_1 = \sqrt{80} = \sqrt{4 \cdot 20} = 2\sqrt{20}$$

$$= 2\sqrt{4 \cdot 5} = \underline{\underline{4\sqrt{5}}}$$

$$C_2: x^2 - 10x + y^2 + 5 = 0$$

$$(x-5)^2 + y^2 = 25 - 5$$

$$(x-5)^2 + y^2 = 20$$

$$S_2(5, 0), r_2 = \sqrt{20} = \underline{\underline{2\sqrt{5}}}$$

