- 19/5 - Dagen før dagen R1/S1

søndag 19. mai 2019 18:32

$$nCr = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$ Uordnet

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$ Ordnet

I en liten klasse er det 10 elever.
I denne klassen skal det velges ut to personer som skal representere klassen i et intervju .
A) På hvor mange måter kan disse to velges?
B) Fra den samme klassen skal det velges tillitsvalgt og vara. På hvor mange måter kan dette gjøres?

a) $\frac{10 \cdot 9}{2!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 5 \cdot 9 = \underline{\underline{45}}$

$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,8!} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1}$

b) $10 \cdot 9 = \underline{\underline{90}}$

$10P2 = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = 10 \cdot 9 = \underline{\underline{90}}$

I en krukke ligger det 6 røde og 4 blå kuler.

A) Vi trekker tre kuler, og legger tilbake kulen etter hvert trekk. Hva er sannsynligheten for å få 2 røde og 1 blå?

B) Vi trekker tre kuler, uten å legge kulene tilbake. Hva er sannsynligheten for å få 2 røde og 1 blå?

a) Binomiske

X er antallet røde kuler

$P(X=k) = \binom{3}{k} \left(\frac{3}{5}\right)^{k} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{3-k}$

$P(X=2) = \underline{\binom{3}{2}} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2} \left(\frac{2}{5}\right)^{1} = \frac{3!}{2!\,1!} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{2}{5}$

$$= \frac{3}{1} \cdot \frac{18}{125}$$

$$= \frac{54}{125}$$

b) 6 Røde
4 Blå

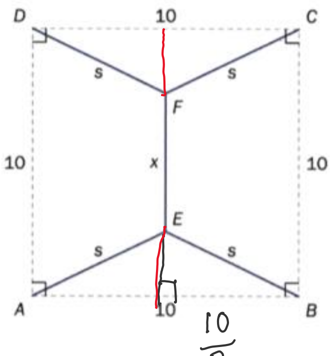
X er antall røde

$$P(X=2) = \frac{\binom{6}{2}\binom{4}{1}}{\binom{10}{3}}$$

$$= \frac{\frac{6!}{2!4!} \cdot \frac{4!}{1!3!}}{\frac{10!}{3!7!}}$$

$$= \frac{\frac{3\cancel{6}\cdot 5}{\cancel{2}\cdot 1} \cdot \frac{4}{1}}{\frac{10\cdot \cancel{9}^{3}\cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 1}} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

DEL 2
OPPG 4
V18



$10 - x$

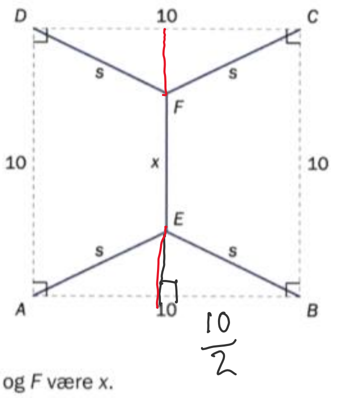
$g(x) = x + 45$

$\frac{10}{2}$

Vi lar avstanden mellom E og F være x.

Oppg 4

V 18



$10-x$

$g(x) = x + 4s$

Vi lar avstanden mellom E og F være x.

a) Vis at den samlede veilengden er gitt ved

$$g(x) = x + 2\sqrt{(x-10)^2 + 10^2}$$

b) Bruk CAS til å bestemme x slik at den samlede veilengden blir minst mulig. Hva blir den samlede veilengden da?

$$s^2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 + \left(\frac{10-x}{2}\right)^2$$

$$s^2 = \frac{10^2}{4} + \frac{(10-x)^2}{4}$$

$$s = \sqrt{\frac{10^2}{4} + \frac{(10-x)^2}{4}}$$

$$s = \frac{1}{2}\sqrt{10^2 + (10-x)^2}$$

$$4s = 2\sqrt{10^2 + (10-x)^2}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(b-a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$$

$$(a-b)^2 = (b-a)^2$$

$$g(x) = x + 2\sqrt{(x-10)^2 + 10^2}$$

b)

1	g(x) := x+2*sqrt((x-10)^2+10^2) → $g(x) := x + 2\sqrt{x^2 - 20x + 200}$
2	g'(x) = 0 Løs: $\left\{x = \frac{-10\sqrt{3}+30}{3}\right\}$
3	x_1:=HøyreSide($2,1) → $x_1 := \frac{-10\sqrt{3}+30}{3}$
4	g''(x_1)

b)

1	g(x) := x+2*sqrt((x-10)^2+10^2)
	→ $g(x) := x + 2\sqrt{x^2 - 20x + 200}$
2	g'(x) = 0
	Løs: $\left\{x = \frac{-10\sqrt{3}+30}{3}\right\}$
3	x_1:=HøyreSide($2,1)
	→ $x_1 := \frac{-10\sqrt{3}+30}{3}$
4	g''(x_1)
	→ $\frac{3}{40}\sqrt{3}$
5	g(x_1)
	→ $10\sqrt{3}+10$

Sirkellikninger

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

$$S(x_0,y_0)$$

Eks: $x^2-2x+y^2+4x=7$

$$(x-1)^2+(y+2)^2=7+1+2^2$$

$(a+b)^2$

$=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=$

$a^2-2ab+b^2$

C_1: $(x-1)^2+(y+2)^2=12$

$$S(1,-2)$$

$$r=\sqrt{12}=\underline{\underline{2\sqrt{3}}}$$

Undersøk om punktet A(5,3) ligger på sirkelen.

$$(5-1)^2+(3+2)^2=4^2+5^2$$

$$=16+25=41\neq 12$$

Hvis det er tilfellet, hvor skjærer sirkelen koordinataksene.

Y-Akse

$$(-1)^2+(y+2)^2=12$$

$$(y+2)^2=12-1$$

$$(y+2)^2=11$$

$$\pm\sqrt{11}$$

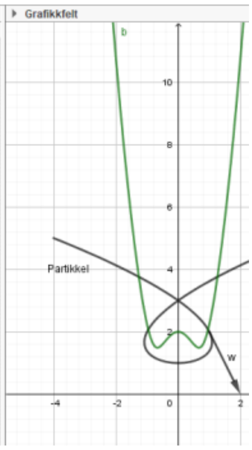
$$(y+2)^2 = 11$$
$$y+2 = \pm\sqrt{11}$$
$$\underline{\underline{y = \pm\sqrt{11} - 2}}$$

OPPG 5 DEL2 V18

CAS

1. r(t) := (t^3-2t,t^2+1)
   → $r(t) := (t^3 - 2t, t^2 + 1)$
2. v(t) := r'(t)
   → $v(t) := (3t^2 - 2, 2t)$
3. a(t) := v'(t)
   → $a(t) := (6t, 2)$
4. v(-1)
   → $(1, -2)$
5. abs(v(-1))
   → $\sqrt{5}$
6. A:=r(-1)
   → $A := (1, 2)$
7. B:=r(-1) + v(-1)
   → $B := (2, 0)$

Grafikkfelt



8. b(t) := abs(v(t))
   → $b(t) := \sqrt{9t^4 - 8t^2 + 4}$
9. b(t) = 2
   Løs: $\left\{t = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}, t = 0, t = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}\right\}$
10. {t = -2sqrt(2) / 3, t = 0, t = 2sqrt(2) / 3}
   ≈ $\{t = -0.94, t = 0, t = 0.94\}$
11. b'(t) = 0
   Løs: $\left\{t = -\frac{2}{3}, t = 0, t = \frac{2}{3}\right\}$
12. v(t) * a(t) = 0
   Løs: $\left\{t = -\frac{2}{3}, t = 0, t = \frac{2}{3}\right\}$

$$\frac{st - x}{st} = \frac{st}{st} - \frac{x}{st} = \frac{st}{st} - \frac{1}{st}x$$

s

CAS

1. f(x) := 1/x
   → $f(x) := \frac{1}{x}$
2. A := (r,f(r))
   → $A := \left(r, \frac{1}{r}\right)$
3. B := (s,f(s))
   → $B := \left(s, \frac{1}{s}\right)$
4. C := (t,f(t))
   → $C := \left(t, \frac{1}{t}\right)$
5. l_1(x) := NormalLinje(A, Linje(B, C))
   → $l_1(x) := \frac{-r^2 s t + 1}{r} + s t x$
6. l_2(x) := NormalLinje(B, Linje(A, C))
   → $l_2(x) := \frac{-r s^2 t + 1}{s} + r t x$
7. l_1 = l_2
   Løs: $\left\{x = -\frac{1}{r s t}\right\}$

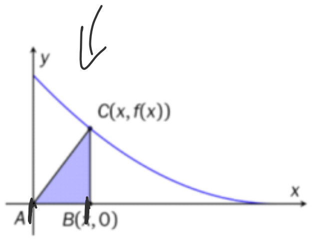
8. x_1:=HøyreSide($7,1)
   → $x_1 := -\frac{1}{r s t}$
9. l_1(x_1)
   → $-r s t$
10. f(x_1)
   → $-r s t$
11. Løs(y-1/r = s*t(x-r), y)
   → $\left\{y = \frac{-r^2 s t + r s t x + 1}{r}\right\}$

H17

Oppgave 4 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2(x-3)^2 \quad , \qquad 0 < x < 3$$



En rettvinklet $\triangle ABC$ er gitt ved punktene $A(0, 0)$, $B(x, 0)$ og $C(x, f(x))$. Se skissen til høyre.

a) Vis at arealet F til $\triangle ABC$ kan skrives som

$$F(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

b) Bestem x slik at arealet til $\triangle ABC$ blir størst mulig.

c) Bestem arealet når $x = 2$. Er det andre x-verdier som gir dette arealet?

a) $$A = \frac{gh}{2} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{x \cdot f(x)}{2}$$

$$= \frac{x \cdot \cancel{2}(x-3)^2}{\cancel{2}}$$

$$= x(x^2 - 6x + 9)$$

$$= \underline{\underline{x^3 - 6x^2 + 9x}}$$

b) $$F'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$= 3(x^2 - 4x + 3)$$

$$= 3(x-3)(x-1)$$

$F'(x) = 0$ når $x = 3 \vee x = 1$

		1		3	
3	———	———	———	———	———
$x-3$	- - -	- - -	- - -	0	———
$x-1$	- - -	0	———	———	———
$F'(x)$	———	0	- - -		

$F'(x)$ —— 0 - - - -

c) $F(2) = 2^3 - 6\cdot 2^2 + 9\cdot 2$
$= 8 - 24 + 18 = 2$

$x^3 - 6x^2 + 9x = 2$

$x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = 0$

$$
\begin{array}{l}
x^3 - 6x^2 + 9x - 2 : (x-2) = x^2 - 4x + 1 \\
\underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
\quad -4x^2 + 9x \\
\quad \underline{-(-4x^2 + 8x)} \\
\qquad\qquad x - 2 \\
\qquad\qquad \underline{-(x - 2)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$(x-2)(x^2 - 4x + 1) = 0$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot 1\cdot 1}}{2\cdot 1}$

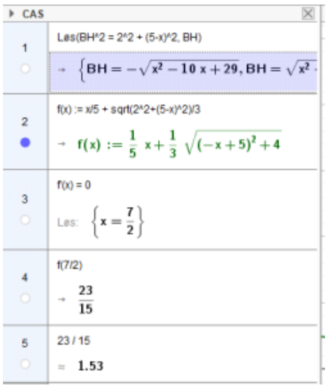
$= \dfrac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$

$= \dfrac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$\underline{\underline{x = 2 \pm \sqrt{3}}}$

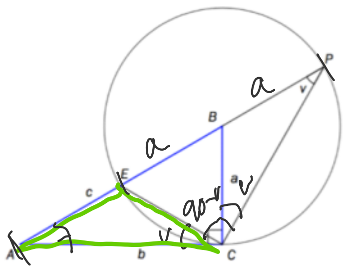
$\underline{\underline{x = 2 - \sqrt{3}}}$

OPPG 3 DEL2 H16



Oppgave 7 (6 poeng)

En rettvinklet $\triangle ACB$ med sidelengdene $BC = a$, $AC = b$ og $AB = c$ er gitt. Vi tegner en sirkel med sentrum i B og radius a. Linjen gjennom A og B skjærer sirkelen i E og P.
Vi setter $\angle BPC = v$. Se figuren nedenfor.



a) Vis at $\angle ACE = v$, og at $\triangle ACP \sim \triangle ACE$.

b) Forklar at $AE = c - a$, og at $AP = c + a$.

c) Bruk formlikheten i oppgave a) til å vise at

$$\frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}$$

d) Bruk resultatet i oppgave c) til å vise at Pytagoras' setning gjelder.

b) $AE = AB - EB$
$= c - a$

$AP = AE + 2a$
$= c - a + 2a$
$= c + a$

c) $\dfrac{AP}{AC} = \dfrac{AC}{AE}$

$\dfrac{c+a}{b} = \dfrac{b}{c-a} \quad \Big| \cdot b \cdot (c-a)$

d) $(c+a)(c-a) = b \cdot b$
$c^2 - a^2 = b^2$
$\underline{\underline{c^2 = a^2 + b^2}}$